MATEMATICAS DE 4º ESO
MATEMÁTICAS ACADÉMICAS

EJERCICIOS DE REPASO

A.- NÚMEROS ENTEROS Y RACIONALES

1.- Calcula:

a) $-5+4\cdot 12-(-3):3$ b) $6+2\cdot(10+3\cdot 4-25)$ c) $-7-(-3)+4:(12-7\cdot 2)$

d) $2^3-4^2+10:(7-2)$ e) $17-5\cdot\left[-5+4^2+(-2)^3\right]$ f) $(-1)^4-5^2+18:(-6)-(-6)$

g) $(-3)^3:(12-3)+3-2\cdot(-6+1)$ h) $14-6\cdot\left[-5-12+3\cdot(-7+1)-(-3+2)^2\right]$

2.- Ordena las siguientes fracciones y represéntalas:

a) $\frac{5}{2}, \frac{12}{5}, \frac{9}{4}$ b) $\frac{7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-8}{5}, \frac{11}{6}$ c) $\frac{7}{4}, \frac{-6}{5}, \frac{5}{7}, \frac{13}{12}$

3.- Calcula las siguientes expresiones:

a) $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{8}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)$ b) $\frac{5}{9}+\frac{10}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)$

c) $\frac{7}{5}:\left(1-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{-4}{5}\right)\cdot\frac{4}{3}+\frac{1}{3}$ d) $\left(\frac{2}{3}-\frac{7}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right):\left(\frac{-4}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)$

e) $2-5\cdot\left[\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right]$ f) $(2-5)\cdot\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right]$

g) $\frac{5}{6}:\left(\frac{1}{2}-2\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right)+1\right)-3\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)^2$ h) $\frac{5}{6}:\left(\left(\frac{1}{2}-2\right)\cdot\left(\frac{3}{5}\right)-\frac{1}{2}\right)+(1-3)\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)^2$

i) $\frac{5}{7}\cdot\left(2-\frac{7}{2}\right)-\frac{2}{3}:\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-1\right)\right]-\left(\frac{-2}{21}\right)$ j) $\frac{1}{4}\cdot\left[\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\cdot\left(3-\frac{4}{3}\right)\right]-\frac{1}{2}:\left[1-\frac{1}{3}:\frac{2}{5}\right]$

k) $\frac{3}{4}-2:\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{-1}{3}\right)^2+2:\frac{3}{4}\right]-(-3)\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)$ l) $\frac{5}{4}:\left(\frac{1}{2}-3\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{-5}{2}\right)$

B. POTENCIAS Y NOTACIÓN CIENTÍFICA

1.- Simplifica:

a) 5^0 b) $(-5)^2$ c) -5^2 d) $(-3)^{-4}$ e) $(-3)^{-5}$

f) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 4$ g) $\left(2^3\right)^4 \cdot 8^2$ h) $-4^2 \cdot (-3)^3 \cdot 6^4$ i) $\left(12^2\right)^3 \cdot 3^3 \cdot 4^{10}$ j) $\dfrac{-4^5 \cdot 10^3 \cdot (-5)^3}{(-50)^2}$

k) $\dfrac{\left(2^4\right)^5 \cdot 10^3}{25}$ l) $\dfrac{2^{-3} \cdot 12^4 \cdot 9}{8^2 \cdot 27}$ m) $\dfrac{18^{-1} \cdot 20^{-3} \cdot 16^{10}}{9^{-5} \cdot 15^4}$ n) $\dfrac{(-3)^5 \cdot 15^{-4} \cdot 10}{25^{-3} \cdot 9^5}$

ñ) $\left(\dfrac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{10}{3}\right)^{-4}$ o) $\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^2 : \left(\dfrac{1}{3}-1+\dfrac{3}{5}\right)^{-3}$ p) $\left(3-\dfrac{5}{6}\right)^{-4} \cdot \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$

q) $\left(\dfrac{5}{7}+1\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{5}{8}-1\right)^4$ r) $\left(\dfrac{5}{2}-1\right)^5 : \left[\left(\dfrac{4}{3}-1\right)^2\right]^{-4}$ s) $\left[\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{8}\right)^{-5}\right]^2 \cdot \left(3^4\right)^{-3}$

2.- Intercala un decimal de cada tipo (exacto, periódico, puro y mixto, e irracional):

a) Entre $2'6 \; y \; 2'6\overset{\frown}{8}$ b) Entre $1'23\overset{\frown}{7} \; y \; 1'238$ c) Entre $1'3\overset{\frown}{4}\overset{\frown}{5} \; y \; 1'34\overset{\frown}{5}$

3.- Calcula pasando a fracción (Clasifica cada uno de los números decimales).

a) $3'12\overset{\frown}{5} - \dfrac{5}{9} : \dfrac{10}{7}$ b) $12'444 : 1'6\overset{\frown}{8}$ c) $5'1\overset{\frown}{3} : 2 - 5'13$ d) $31'4\overset{\frown}{5} : 1'11$

4.- Calcula en notación científica:

a) $\left(4'23 \cdot 10^4\right) : \left(3 \cdot 10^{-15}\right)$ b) $\left(3 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-6}\right)^2$ c) $\left(1'5 \cdot 10^{-3}\right)^2 : \left(5 \cdot 10^{-10}\right)$

d) $\left(3 \cdot 10^{-7}\right) \cdot \left(5'1 \cdot 10^3\right) \cdot \left(4 \cdot 10^{-12}\right)$ e) $\left(2 \cdot 10^{-3}\right)^2 - \left(5'1 \cdot 10^{-5}\right)^2$ f) $2'14 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^6$

g) $5'84 \cdot 10^{-8} + 4'7 \cdot 10^{-5}$ h) $2 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^3$ i) $\left(2'6 \cdot 10^{-8}\right)^2 + 4'7 \cdot 10^{-15}$

j) $9'34 \cdot 10^{-2} + \dfrac{3'12 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3}}$ k) $\dfrac{3'18 \cdot 10^7 - 7'5 \cdot 10^6}{1'8 \cdot 10^{-11} + 2 \cdot 10^{-9}}$ l) $6 \cdot 10^{-4} - \dfrac{3 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-1}}$

C. NÚMEROS REALES

1.- Agrupa las siguientes raíces cuando sea posible:

a) $\sqrt{2}-4\cdot\sqrt{8}+\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$ b) $7\cdot\sqrt[3]{16}+\frac{\sqrt[3]{2}}{2}-4\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{27}}$

c) $\frac{3\cdot\sqrt[3]{3}}{2}+\frac{\sqrt[3]{24}}{5}$ d) $\sqrt[3]{24x}+\frac{\sqrt[3]{3x}}{5}-\sqrt[3]{81x}$ e) $7\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{125}}+\frac{\sqrt[3]{2}}{2}-4\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{27}}+\sqrt[3]{3}$

8.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[5]{2}$ b) $\sqrt{12}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{2}$ c) $\sqrt{10}\ :\sqrt[4]{8}$

d) $\sqrt{32}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{81}}\cdot\sqrt[4]{64}$ e) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{2^7\cdot 3}}\right)^5\cdot\left(\sqrt[4]{\frac{2\cdot 5^9}{3^7}}\right)$ f) $\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[4]{2^{-3}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$

g) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{640}}\right):\left(\frac{\sqrt{250}}{\sqrt[5]{8}}\right)$ h) $\frac{\sqrt{8\cdot\sqrt[3]{4\cdot\sqrt[4]{6}}}}{\sqrt{27\cdot\sqrt[4]{12}}}$ i) $\frac{\sqrt[3]{2^{11}\cdot 3^3\cdot\sqrt[4]{6^7}}}{2\cdot\sqrt[4]{6^{15}}}$.

j) $\sqrt{\frac{5^2}{2}\cdot\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt{5^{-1}}}$ k) $\sqrt[4]{\sqrt{2^{11}\cdot 5}}:\left(\frac{\sqrt{5\cdot\sqrt{5^{17}}}}{\sqrt[3]{2^4}}\right)$ l) $\sqrt[3]{7^2\cdot\sqrt{5^{-4}}}\cdot\sqrt[5]{\frac{7^7}{5^6}}$

m) $\left(\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[3]{a^4}\right):\sqrt{\sqrt[6]{a^5}}$

9.- Racionaliza las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ b) $\frac{2}{\sqrt{3}-4}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}-1}$

d) $\frac{2\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}+3\sqrt{3}}$ e) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+5\sqrt{3}}$ f) $\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{8}}{3\sqrt{2}-1}$

D.-ÁLGEBRA

1.- Expresa en forma de producto, utilizando las identidades notables:

a) $25x^2+20x+4$ b) $9x^4-12x^2+4$ c) $100x^4y^2-121$

d) $\frac{4}{9}x^2-4x+9$ e) $\frac{y^2}{64}+25-\frac{5y}{4}$ f) $\frac{36x^6}{49}-\frac{12y^3}{7}+1$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $1+\frac{1-x}{8}=\frac{2\cdot(5-x)}{6}$ b) $\frac{x-9}{3}-\frac{4-3x}{4}=\frac{2x+3}{3}$ c) $\frac{x-3}{4}-\frac{3}{2}\cdot\frac{5x-.7}{6}=2$

d) $\frac{3(2x-1)}{4}-\frac{5(1-x)}{3}=\frac{5x}{6}$ e) $(x-2)^2-5x=x^2-6$ f) $(x+1)^2=(x-1)\cdot(x+1)$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $(5-x)\cdot(x+3)=1$ b) $x^2-5x=-6$ c) $x^2-(x-1)(x+3)=-x^2+7x-17$

d) $\frac{x^2+1}{2}-\frac{3x+1}{3}=\frac{1}{3}$ e) $\frac{2(x^2-1)}{3}-\frac{5x^2-2x}{4}=\frac{3x-3x^2}{6}$ f) $(x-1)(x+5)=0$

g) $\frac{x(x-3)}{6}+1=\frac{x}{3}$ h) $\frac{-3\cdot(x+1)+(x+2)(x+3)}{4}=\frac{11x+2}{6}$

i) $\frac{7x+4}{4}-\frac{2x^2+5x+3}{10}=1$ j) $3x\cdot(1-2x)-(4x^2-1)=0$ k) $3x(1+x)-2(x^2-1)=3$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado (sin fórmula):

a) $2x^2-50=0$ b) $x^2-\frac{7}{2}x=0$ c) $(x-1)\cdot(2x-3)=3$ d) $(2x-1)^2=5-4x$

5.- Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^4+4x^3+6x^2+5x+2$ b) $-2x^5+2x^4+18x^3-18x^2$ c) $-x^4+25x^2$

d) $3x^3-x^2-7x+5$ e) $-3x^3+18x^2-33x+18$ f) $2x^4-16x$

g) $3x^4+3x^3-18x^2$ h) $-2x^5+14x^3+12x^2$ i) $2x^5-2x^3-24x$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+1}{x-1}-1=\frac{1}{x}$ b) $x+\frac{1}{x+1}=\frac{2x+7}{x+1}$ c) $\frac{x-1}{3x+1}=\frac{-1}{2x-1}$

d) $\frac{3}{x+1}+\frac{2}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$ e) $\frac{x}{x+1}-\frac{1}{2}=\frac{x-1}{x}$ f) $1+\frac{x-2}{x-1}-\frac{1}{2}=\frac{4}{x+1}$

7.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x^2+x-2}-2x=4$ b) $(2x+1)\cdot(\sqrt{x}-x)=0$ c) $(2x^2-50)\cdot\left(\sqrt{x-1}+3-x\right)=0$

d) $4-\sqrt{x-1}+x=2x+1$ e) $2\sqrt{x+3}-2x+1=x+2$ f) $\sqrt{(x+3)\cdot(x+4)}=x-1$

g) $2\sqrt{4x+1}+3\sqrt{x+3}=0$ h) $\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x+8}=0$ i) $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}=1$

8.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x-5y=8 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+6y=4 \\ -2x+y=-5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -x+10y=12 \\ 5x+7y=-3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2y-4=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x+3y=24 \\ \dfrac{3y}{4}-\dfrac{x}{6}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$ f) $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{y}{6}=\dfrac{1}{4} \\ 7\cdot(4y+5)-2x=-8 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 5\cdot(2-x)+8y=3 \\ 3x+3\cdot(2y-2)=9 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2(3x-4)+5y-2=7y \\ \dfrac{3\cdot(x-2)}{4}+\dfrac{y-3}{2}=-1 \end{cases}$ i) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=2 \\ 2(3x-1)-4(y-x)=6 \end{cases}$ j) $\begin{cases} 5+2\cdot(x-3)=5y \\ 4x-10y=3 \end{cases}$

9.- Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x-y=5 \\ x\cdot y=-6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+y=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2+x\cdot y=1 \\ x^2-x\cdot y=3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2-y=0 \\ x-2=y \end{cases}$ e) $\begin{cases} (x-y)^2=16 \\ x+y=16 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ x\cdot y=0'5 \end{cases}$

10.- Escribe en cada caso un polinomio con las condiciones que se exigen:

a) De grado 3 con raíces 5,-2 y 3 y coeficiente principal el número 2.
b) De grado 4 con sólo dos raíces 1 y -1.
c) De grado 3 con raíces 0,-1 y 1 y tal que P(2) = 12.
d) De grado 3 con raíces 1 y -2 y con P(0)=8.

11.- Comprueba (calculando el resto de la división), sin dividir, si:

a) $2x^8-2$ es divisible por $x-1$. b) x^3+8 es divisible por $x+2$.

b) x^2-9 es divisible por $x-3$. d) x^2-3x-4 es múltiplo de $x-5$.

12.- Calcula las dimensiones de un rectángulo de perímetro $10\,cm$ y área $6\,cm^2$.

13.- Halla dos enteros consecutivos tal que la diferencia de sus cuadrados sea 9.

14.- Un padre desea repartir entre sus dos hijos 100€. Al hijo mayor le quiere dar 20€ más que al pequeño. ¿Cuánto corresponderá a cada hijo?

15.- Calcula dos números sabiendo que la suma de sus inversos es 5 y que el inverso de su diferencia es 6.

16.- La diagonal de un rectángulo mide 13 cm. y su área 60 cm^2. Calcula las dimensiones del rectángulo.

17.- Un cine dispone de dos tipos de entradas: de adulto a 6€ y de niño a 5€. Se vendieron una tarde 100 entradas, obteniéndose en taquilla 560€. ¿Cuántas entradas se vendieron de cada tipo?

18.- En una reunión hay el doble número de mujeres que de hombres. El número de niños es la mitad que el de adultos. Sabiendo que en total hay 36 personas, calcula el número de hombres, mujeres y niños.

19.- A un concierto de música rock asisten 3000 personas. Las localidades de asiento cuestan 22€ y las demás 12. Si la recaudación fue de 57.000 euros, ¿cuántas personas asistieron al concierto sentadas y cuántas de pie?

20.- Tenemos 60 € en billetes de 5 € y de 10 €. Sabiendo que el número de billetes de 5€ es el cuádruple (cuatro veces) del número de billetes de 10€, averigua cuántos billetes tenemos de cada clase.

21.- En un corral hay conejos y gallinas. En total hay 58 cabezas y 168 patas. ¿Cuántos conejos y gallinas hay en el corral?

22.- En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase?

23.- Un poste tiene enterrada una quinta parte de su longitud que mide 1,50m. Hallar la longitud total del poste.

24.- Una botella y su tapón valen 0'20 €. La botella vale 8 céntimos más que el tapón. Calcular cuánto vale la botella y cuánto el tapón.

25.- Los visitantes anuales del Museo del Prado y Reina Sofía suman 2’5 millones. Si al primer museo van un 50% más que al segundo. ¿Cuántas personas visitan cada museo?

26.- Hallar dos números, sabiendo que su diferencia es 22 y que el mayor es triple del menor.

27.- Fran que venía del cine con su novia nos dice: "No he podido invitarla, pero he pagado 2€ más que ella. En total les ha costado el cine 12€, ¿Cuánto pago cada uno?

38.- Calcular las dimensiones de un rectángulo de 20 m. de perímetro, sabiendo que la altura es el doble de la base.

29.- Un palo se halla clavado bajo tierra 1/3 de su longitud, sus 2/5 partes quedan dentro del agua y restan en el aire 90 cm. Calcular la longitud total del palo.

30.- Un padre tiene triple edad que su hijo. Si el padre tuviera 30 años menos y el hijos 8 más, los dos tendrían la misma edad. Averiguar la edad de cada uno.

31.- Un vendedor dispone de 80 helados, unos cuestan a 50 céntimos y los otros a 1€. Vendiendo todos los helados recauda 67'50€. ¿Cuántos vende de cada clase?

32.- El perro de Alex tiene hoy 12 años menos que él. Dentro de cuatro años, Alex tendrá el triple de la edad de su perro. ¿Cuál es la edad de Alex y la de su perro?.

33.- Un comerciante tiene dos clases de café: el primero a 6 €/kg y el segundo a 9 €/kg. ¿Cuántos kilos debe tomar de cada clase para obtener una mezcla de 10 kg a 7'20 €/kg?

34.- ¿Puedes averiguar cuál es mi paga mensual sabiendo que la mitad, más la quinta parte, más la décima parte de la paga es igual a los cuatro quintos de dicha paga más 100 €?

35.- Pepe cobra 300€ más que Juan, pero este año a Juan le suben un 20% el sueldo y así los dos cobrarán lo mismo. ¿Cuánto cobraba cada uno?

36.- Una madre reparte los caramelos de una bolsa entre sus tres hijos. Al primero le da la mitad de los caramelos más uno. Al segundo, la mitad de los que quedan más uno; al tercero, la mitad de los restantes más uno. De esta manera reparte todos los caramelos. ¿Cuántos caramelos había en la bolsa y cuántos le corresponden a cada uno?

37.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 3 - \frac{x}{6}$ b) $\frac{2x-1}{3} + \frac{x+1}{3} < 2x-2$

c) $\frac{x}{3} + \frac{x+2}{5} > x - 1$ d) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-4}{2} < \frac{x+4}{2} - 3$

e) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{5} > 1 + \frac{x-1}{15}$ f) $\frac{x-2}{5} - \frac{3x+1}{2} < \frac{x}{2} - 3x$

g) $x^2-9x+18 \leq 0$ h) $x^2-7x+12<0$

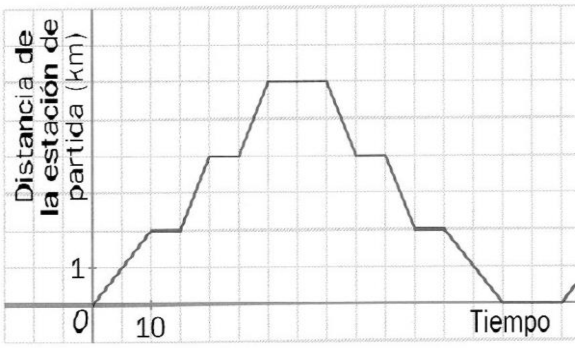
i) $x^2-x+5>0$ j) $2x^2-10x-12 \geq 0$

38.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} \frac{x}{3} + x < 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x-4}{2} + \frac{x+2}{3} \leq 2 \\ \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \leq 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{2x-2}{5} \leq 0 \\ \frac{3x+9}{3} \geq 0 \end{cases}$

E. FUNCIONES

1.- La siguiente gráfica nos indica la distancia de la estación central en función del tiempo transcurrido en la trayectoria de un autobús Bigastro-Orihuela-Bigastro.

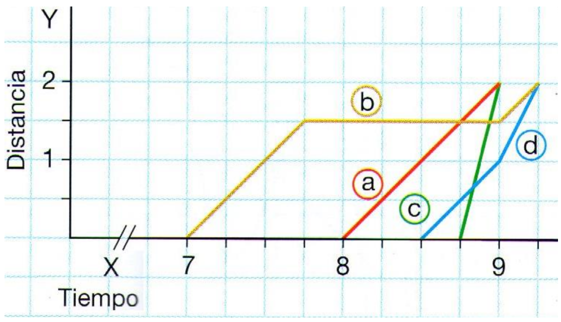


a) ¿A cuántos kilómetros dista Orihuela de Bigastro? ¿Cuánto tiempo tarda el bus?
b) ¿Cuánto dura cada parada?
c) ¿Qué significa el decrecimiento de la función?
d) Halla TVM[5,30], ¿qué significa?

2.- Observa la gráfica correspondiente a la rentabilidad de una empresa a lo largo del año y responde:

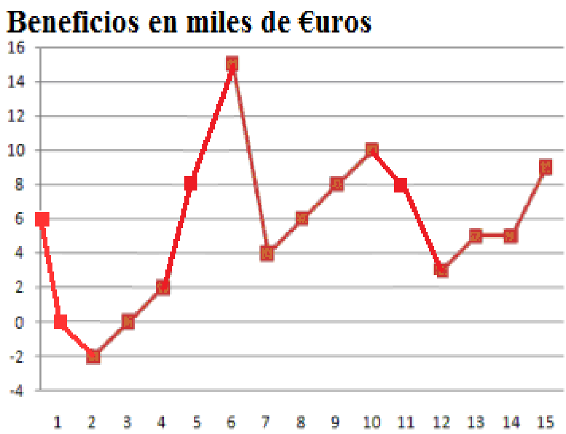
a) ¿En qué meses los gastos igualan a los ingresos?
b) ¿En qué meses la empresa fue rentable?
c) Estudia el crecimiento y decrecimiento de ambas gráficas. ¿En qué meses se alcanzan los máximos y mínimos relativos en ambas gráficas?

3.- Las siguientes gráficas distancia-tiempo corresponden a cuatro vecinos que el día de la patrona subieron a la ermita desde la plaza del pueblo. Relaciona la gráfica con los vecinos:



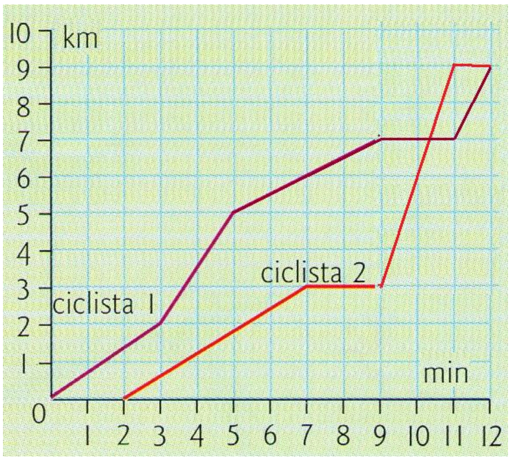
Juan: subió en moto.
Isabel: fue caminando y se detuvo a descansar.
Arturo: empezó andando y acabó corriendo.
Marta: realizo el ascenso andando a una velocidad constante.

4.- La siguiente gráfica relaciona los beneficios de una empresa en función de los meses de funcionamiento que lleva.



a) Halla los ingresos en su comienzo.
b) ¿En qué mes tiene mayores beneficios? ¿cuánto gana ese mes?
c) Hay un momento en el que empieza a tener pérdidas. ¿cuántos meses dura esta crisis y en qué mes empieza?
d) Si queremos ganar 8000€ por lo menos, ¿en que meses lo conseguimos?
e) Describe el crecimiento, decrecimiento, máximo y mínimos…
f) Halla TVM[6,7], ¿qué significa?

5.- La siguiente gráfica relaciona espacio recorrido por dos ciclistas en función del tiempo.



a) ¿Han salido los dos al mismo tiempo? En caso negativo, indica la diferencia.
b) ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno de ellos?
c) ¿Se ha parado alguno de ellos? En caso afirmativo, ¿en qué minuto y cuánto tiempo?
d) ¿Adelanta algún ciclista al otro? ¿En qué momento?
e) ¿Cuál fue la velocidad máxima de cada ciclista?

6.- Paula ha estado enferma. Durante el día, se le ha tomado la temperatura cada hora, obteniendo los resultados en la tabla adjunta. Se pide:

Hora	Temperatura
8	38,5
9	39
10	38
11	37,5
12	37
13	37
14	38
15	39
16	38
17	36,5
18	37
19	38
20	40
21	39

a) Representación gráfica de la función.
b ¿En qué intervalos sube la temperatura y en cuáles decreciente?
c) ¿Cuál es la temperatura máxima y a qué hora se alcanza?, ¿y la mínima?
d) Halla TVM[11,15], ¿qué significa?

7.- Juan tiene en sus manos los dos contratos de dos compañías de teléfono.

Halla la ecuación de la recta que nos proporciona el coste de una llamada en función de los minutos que dura la llamada.
¿A partir de cuántos minutos nos conviene cambiar de compañía?

8.- De un manantial mana agua de una forma irregular. La siguiente gráfica representa el caudal de agua que fluye desde las 4 a.m. hasta las 9 p.m.

a) ¿A qué hora del día es más abundante el caudal?
b) ¿En qué puntos de la gráfica alcanza máximo y mínimos relativos? Interpreta el resultado.

c) ¿En qué intervalos la gráfica de la función es creciente y en cuáles decreciente?
d) ¿Cuántos $litros/cm^3$ fluyen a las 8 de la mañana?, ¿y a las 13 horas?
e) ¿En qué momento del día fluyen exactamente $90\,litros/cm^3$?

9.- Calcula la pendiente y tres puntos por los que pasan las siguientes rectas:
* Posteriormente, representa dichas rectas.

a) $y = 3x + 1$ b) $y = \dfrac{3x - 1}{2}$ c) $y = -x + 0'2$ d) $2x - y = 5$

10.- De las siguientes rectas dadas por su ecuación, indica cuáles son paralelas. Razona la respuesta.

a) $y = -5x - 7$ b) $y + 2x - 4 = 0$ c) $y = -2x$ d) $y = \dfrac{-15x + 5}{3}$

11.- Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a) Tiene pendiente 2 y pasa por el punto (-1,5).
b) Corta al eje X en x=-1 y tiene pendiente -1/2.
c) Pasa por los puntos (-1,-4) y (1,-2).
d) Pasa por los puntos (0,5) y paralela a la recta 2x+y-6=0.
e) Pasa por el punto (4,0) y paralela al eje X.
f) Corta al eje Y en y=4 y paralela a la recta $3y = -x + 1$.
g) Paralela a la recta $y = x + 4$ que pasa por el origen (0,0).
h) Pasa por el punto (-1,-5) y es paralela a la recta AB; siendo A(0,1) y B(-2,5).
i) Paralela a la recta $y = 2x - 7$, y de ordenada en el origen 1.

12.- Calcula la ecuación de la parábola, $y = ax^2 + bx + c$, que pasa por los puntos (0,2), (1,0) y (-1,6).

13.- Calcula la ecuación de la parábola, $y = ax^2 + bx + c$, que pasa por los puntos (0,2), (3,5) y la abscisa del vértice es x =1.

14.- Calcula la ecuación de la parábola, $y = ax^2 + bx + c$, que corta al eje de abscisas en x=2, y tiene su vértice en el punto (0,-4).

15.- Calcula a, b y c para que $y = ax^2 + bx + c$ pase por (0,0) y tenga un vértice en (3,2)

16.- En el camino de vuelta del instituto a casa un alumno se encuentra a la altura del Hiperber (100m del instituto) y anda a una velocidad de 2’5 metros por segundo.
a) Halla la función (ecuación de recta) que nos relaciona distancia al instituto con el tiempo transcurrido.
b) ¿A qué distancia del instituto estará a los 2 minutos?
c) ¿Cuánto tiempo invierte en llegar a casa si su casa está a 432 metros del instituto?

17.- Un técnico de electrodomésticos de Orihuela cobra 9€ por ir al domicilio, más 8€ por cada hora de trabajo. Sin embargo, uno de Bigastro cobra sólo 12€ por cada hora trabajada. Halla la ecuación de la recta que calcula el coste en función del tiempo de trabajo de los dos técnicos. Posteriormente, calcula:
a) Si el técnico de Orihuela nos cobra 61€, ¿cuántas horas ha trabajado?
b) Si el técnico de Bigastro nos cobra 42€, ¿cuántas horas ha trabajado?
c) A partir de cuántas horas de trabajo me conviene contratar al técnico oriolano.

18.- Una oficina A de alquiler de coches cobra 12€ por día. Otra oficina B cobra una cantidad fija de 20€ más 5€ por día. Halla las ecuaciones de la recta que calculan coste en función de días de alquiler ¿A partir de cuántos días conviene cambiar de oficina?

19.- Para comprar varias consolas PSP tengo dos posibilidades. Hacer el pedido por Ebay, con un coste de 160€ cada PSP, más un gasto fijo de 100€ por el envío desde Hong-Kong, o comprarlo en Bigastro por 150€ más un 20% de IVA por cada PSP.
a) Halla la ecuación de la recta que nos da el coste en función de las PSP compradas.
b) Si pagamos 1220€ en el Ebay, ¿cuántas PSP he adquirido?
c) ¿A partir de cuántas consolas me sale más barato el pedido por Ebay?

20.- El beneficio obtenido por la producción y venta de x artículos viene dado por la función: $B(x) = -x^2 + 320x - 6000$. Se pide:
a) Representa gráficamente esta función.
b) ¿A cuanto asciende el beneficio de la empresa si no produce artículos?
b) Determina el número de artículos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.
c) Determina cuántos artículos se deben producir y vender, para que la empresa empiece a tener ganancias.
d) ¿A partir de cuántos artículos empezará a tener pérdidas de nuevo la empresa?

21.- María ha estado enferma la semana pasada. La evolución de su temperatura en función del día de la semana viene dada por la $f(x) = 0'5x^2 - 3x + 37$. Se pide:
a) ¿Qué temperatura tuvo el martes?, ¿y el lunes?
b) ¿Qué día de la semana alcanza la temperatura máxima?, ¿qué temperatura tuvo?

22.- Desde la línea de triples un jugador de baloncesto lanza la pelota y la encesta. La altura de la pelota en función de lo segundos transcurridos, x, viene dada por la función $f(x) = -x^2 + 4x + 2$. Se pide:
a) ¿Desde que altura lanza la pelota el jugador?
b) ¿Dónde alcanzará la pelota la altura máxima? ¿Cuál será dicha altura?
c) Si encesta a los 3 segundos, ¿a qué altura está la canasta?

23.- Desde la terraza del instituto lanzamos un pelotazo que acaba dando en el larguero de la portería de fútbol sala. La altura de la pelota en función de lo segundos transcurridos, x, viene dada por la función $f(x) = -x^2 + 2x + 10'5$. Se pide:
a) La altura del instituto.
b) ¿Dónde alcanzará la pelota la altura máxima? ¿Cuál será dicha altura?
c) Si encesta a los 4 segundos, ¿a qué altura está la canasta?

24.- El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, viene dado por la función: $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 7x & si \quad 0 \le x \le 5 \\ 10 & si \quad 5 \le x \le 8 \end{cases}$, donde x representa el tiempo transcurrido en años.
a) Representa gráficamente la función
b) Explica cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años y calcula cuándo el beneficio es de 12 millones de euros.

25.- Vamos a una excursión y en la agencia nos cobran 300€, vayamos los que vayamos.
a) ¿Cuánto pagaremos cada uno si sólo vamos 20?, ¿y si vamos 60?
b) Construye una tabla en la que se relacionen las variables cantidad de personas-precio.
c) ¿Te atreves a dar una fórmula que nos permita saber cuánto pagaremos en función del número de personas que vamos a la excursión(x)?
d) Dibuja la gráfica de la función anterior. ¿Qué ocurrirá si vamos muchísimos?

26.- Lanzamos verticalmente un cohete. La altura y (en metros) a la que se encuentra en cada instante x (en segundos) viene determinada por la función: $y = -t^2 + 100t$.
a) Dibuja la gráfica de la función
b) Indica cuál es su dominio
c) ¿Cuánto tiempo pasará para que alcance su altura máxima? ¿Cuál será esa altura máxima?
d) ¿En qué instante de tiempo estará el cohete a una altura de 900 metros?

27.- Representa las siguientes funciones y comenta sus propiedades:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 4$ b) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ c) $f(x) = -0'5x^2 + 2x + 5$

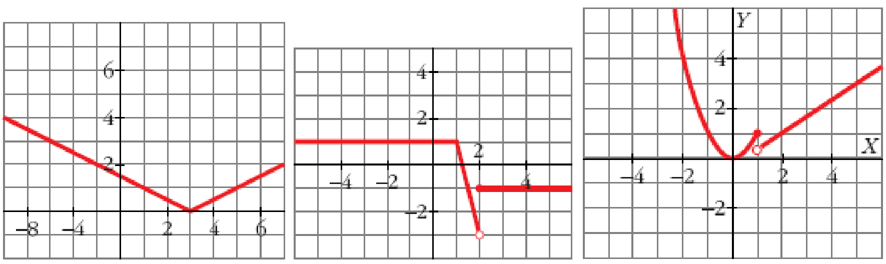
c) $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$ d) $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$ e) $f(x) = \dfrac{3x-1}{2x-1}$ f) $f(x) = 2^{3x}$

d) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & si\ x < 1 \\ -2x+4 & si\ 1 \le x \le 3 \\ 3x-11 & si\ x > 3 \end{cases}$ e) $f(x) = \begin{cases} 5 & si\ x \le -1 \\ -x+4 & si\ -1 < x < 2 \\ 3x & si\ x \ge 2 \end{cases}$

a) $f(x) = \begin{cases} x+2 & si\ \ x < -1 \\ 2x^2 - 4x - 5 & si\ \ -1 \le x \le 2 \\ 3 & si\ x > 2 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} -3 & si\ x \le -2 \\ x^2 - 4 & si\ \ -2 < x < 3 \\ 2x-1 & si\ \ x \ge 3 \end{cases}$

i) $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & si\ x < 1 \\ x+2 & si\ 1 \le x < 3 \\ x^2 - 8x + 20 & si\ x \le 3 \end{cases}$ j) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & si\ x < 0 \\ -3x+2 & si\ 0 \le x \le 2 \\ x^2 - 6x + 4 & si\ \ x > 2 \end{cases}$

28.- Estudia las siguientes gráficas y escribe su expresión analítica correspondiente.



F. TRIGONOMETRIA

Ejercicio nº 1.-

Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de un triángulo en el que uno de sus catetos mide 2,5 cm y la hipotenusa, 6,5 cm.

Ejercicio nº 2.-

Completa la tabla sin usar calculadora $(0° \leq \alpha \leq 90°)$:

α		**90°**		
sen α	**0**			
cos α				$\sqrt{3}/2$
tg α			$\sqrt{3}$	

Ejercicio nº 3.-

Calcula *sen* α y *cos* α de un ángulo agudo, α, sabiendo que la *tg* $\alpha = \frac{4}{3}$.

Ejercicio nº 4.-

Si *sen* $\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y $90° < \alpha < 180°$, ¿Cuánto valen *cos* α y *tg* α?

Ejercicio nº 5.-

Expresa, con valores comprendidos entre 0° y 360°, el ángulo de 2130°. Calcula sus razones trigonométricas dibujándolo previamente en la circunferencia goniométrica y relacionándolo con un ángulo del primer cuadrante.

Ejercicio nº 6.-

Halla la altura de una antena sabiendo que a una distancia de 18 m se ve la parte superior de la antena bajo un ángulo de 30°.

Ejercicio nº 7.-

Antonio está descansando en la orilla de un río mientras observa un árbol que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 35°; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de 25°. Calcula la altura del árbol y la anchura de río.

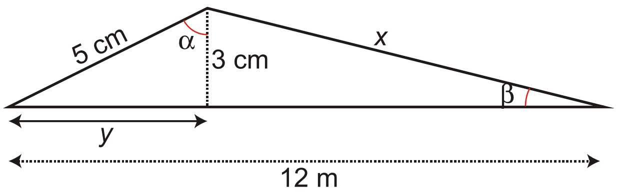
Ejercicio nº 8.-

Explica razonadamente si las siguientes igualdades pueden ser o no ciertas:

a) $sen\ \alpha + cos\ \alpha = 3$ b) $cos\ \alpha > sen\ \alpha$ c) $tg\ \alpha = -1$

Ejercicio nº 9.-

a) Calcula x e y en el triángulo:



b) Halla el seno, el coseno y la tangente de los ángulos α y β.

Ejercicio nº 10.-

Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas que faltan o del ángulo α, sin usar calculadora ($0° < \alpha \leq 90°$):

sen **α**	$\sqrt{3}/2$			
cos **α**				$\sqrt{2}/2$
tg **α**		**0**		
α			**30°**	

Ejercicio nº 11.-

Sabiendo que α es un ángulo agudo y que el *cos* $\alpha = 1/5$, calcula, utilizando radicales, *sen* α y *tg* α.

Ejercicio nº 12.-

Calcula *sen* α y *cos* α sabiendo que la *tg* $\alpha = -\sqrt{5}$ y $\alpha \in 2^{o}$ cuadrante. Expresa la solución con radicales.

Ejercicio nº 13.-

Sitúa sobre la circunferencia goniométrica, el ángulo de 135° y calcula sus razones trigonométricas relacionándolo con uno del primer cuadrante.

Ejercicio nº 13.-

Calcula la altura de una casa sabiendo que al tender un cable de 9 m desde el tejado, este forma con el suelo un ángulo de 60°. ¿A qué distancia de la casa cae el cable?

Ejercicio nº 14.-

La base de un triángulo isósceles mide 64 cm, y el ángulo que se forma entre los lados iguales es de 40°. Calcula el perímetro y el área del triángulo.

G. ESTADÍSTICA

Ejercicio nº 1.-

Al preguntar a 20 individuos sobre el número de libros que han leído en el último mes, hemos obtenido las siguientes respuestas:

3	**2**	**3**	**2**	**1**	**3**	**4**	**2**	**4**	**3**
4	**3**	**1**	**3**	**2**	**2**	**5**	**2**	**3**	**3**

a) Elabora una tabla de frecuencias. b) Representa gráficamente la distribución.

Ejercicio nº 2.-

En un grupo de 30 personas hemos medido la estatura, en centímetros, de cada una de ellas, obteniendo los siguientes resultados:

160	**163**	**165**	**164**	**162**	**168**	**175**	**167**	**159**	**160**
161	**164**	**167**	**168**	**154**	**163**	**164**	**167**	**164**	**165**
166	**168**	**165**	**167**	**169**	**164**	**150**	**166**	**147**	**170**

a) Elabora una tabla de frecuencias, agrupando los datos en intervalos de la forma que creas más conveniente.

b) Representa gráficamente la distribución.

Ejercicio nº 3.-

Hemos ido apuntando la edad de cada uno de los componentes de un grupo de 30 personas, obteniendo estos datos:

24	**3**	**29**	**6**	**5**	**17**	**25**	**24**	**36**	**42**
30	**16**	**14**	**12**	**8**	**4**	**8**	**37**	**32**	**40**
37	**26**	**28**	**15**	**17**	**41**	**20**	**18**	**27**	**42**

a) Haz una tabla de frecuencias. b) Representa gráficamente la distribución.

Ejercicio nº 4.-

Se ha preguntado a las alumnas y a los alumnos de una clase de 4º ESO por el tiempo que tardan en llegar desde su casa hasta el instituto. Las respuestas se recogen en esta tabla:

TIEMPO (MINUTOS)	**[0, 5)**	**[5, 10)**	**[10, 15)**	**[15, 20)**	**[20, 25)**
Nº ALUMNOS/AS	**10**	**6**	**9**	**3**	**2**

Calcula la media y la desviación típica de esta distribución.

Ejercicio nº 5.-

En un examen de matemáticas realizado en 4º A de ESO, la nota media ha sido 5,2, con una desviación típica de 2,3. En la clase de 4º B, con el mismo examen, se ha obtenido una nota media de 7,4 y una desviación típica de 3. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

Ejercicio nº 6.-

Un grupo de atletas ha obtenido las siguientes puntuaciones en una prueba deportiva que se valoraba de 0 a 5 puntos:

PUNTUACIÓN	1	2	3	4	5
Nº DE ATLETAS	4	4	12	18	12

Calcula Me, Q_1, Q_3 y p_{10}.

Ejercicio nº 7.-

Midiendo el tiempo de duración, en horas, de un determinado tipo de pilas eléctricas, hemos obtenido los siguientes datos:

26	37	38	42	47	31	43	41	36	46
40	45	42	25	44	37	39	33	42	57

a) Elabora una tabla de frecuencias.

b) Representa gráficamente la distribución.

Ejercicio nº 8.-

Midiendo el peso, en kilogramos, de los niños y las niñas de un determinado grupo, todos ellos de la misma edad, hemos obtenido los siguientes resultados:

PESO (kg)	[10, 13)	[13, 16)	[16, 19)	[19, 22)	[22, 25)
Nº DE NIÑOS/AS	6	50	32	9	3

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) En cuanto al peso, ¿es un grupo homogéneo o es disperso?

Ejercicio nº 9.-

Anotando la última cifra que ha salido en un sorteo que se realiza diariamente, hemos obtenido los siguientes resultados:

ÚLTIMA CIFRA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nº DE VECES	28	35	28	29	45	32	37	45	25	61

Calcula Me, Q_1, Q_3 y p_{90}.

H. PROBABILIDAD

1. Lanzamos dos monedas al aire (primero una y luego la otra). Calcular la probabilidad de obtener:

   a) Una sola cara
   b) Al menos una cara
   c) Dos caras

2. Un lote de diez artículos tiene tres defectuosos. Se toman al azar tres artículos del lote, uno tras otro. Hallar la probabilidad de que todos estén bien.
a) Con remplazamiento.
b) Sin remplazamiento.

3. De una baraja española se extraen dos naipes sucesivamente y sin devolver al mazo. Hallar la probabilidad de extraer:

   a) Dos ases
   b) La primera as y la segunda, tres
   c) Un as y un tres
   d) Dos oros
   e) Del mismo palo

4. En una urna hay 3 bolas blancas y dos negras. Se extrae una bola al azar, se observa su color y se devuelve a la urna. Calcular la probabilidad de que en dos extracciones se obtengan:

   a) Dos bolas negras
   b) Una bola de cada color
   c) Dos bolas blancas

5. En una caja A, hay 10 bombillas, de las que 3 no funcionan; en otra caja B, hay 8 con 2 fundidas; y en una última caja C hay 12 bombillas de las que 3 con defectuosas. Escogida una caja al azar, de la que se extrae, sin mirar, una bombilla:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no funcione?
b) Si salió una bombilla fundida, ¿cuál es la probabilidad de que fuese de la caja A?

6. En una bolsa hay 7 bolas blancas y 3 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer cuatro bolas a la vez sean las cuatro blancas?

7. El 60% de los habitantes de una ciudad lee el periódico A, el 35% el B y un 15% ambos. Elegido un ciudadano al azar, calcular las probabilidades de:

   a) Sea lector de algún periódico
   b) No lea la prensa
   c) Lea sólo el periódico A
   d) Lea sólo uno de los dos periódicos

8. De una baraja de 40 cartas se extraen 3 cartas sucesivamente: con reemplazamiento, sin reemplazamiento y simultáneamente. Hallar en los tres casos las siguientes probabilidades: a) Por lo menos una de las cartas es un as; b) las tres son de oros; c) Una sólo sea un oro; d) Ninguna es un as; e) Sean del mismo palo.