**Departamento de Matemáticas**

**Hoja de ejercicios 1º Bachillerato CC.SS. Tema 7. DERIVADAS**

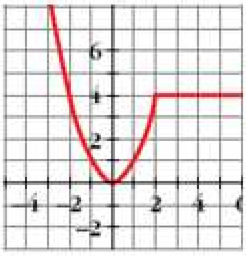
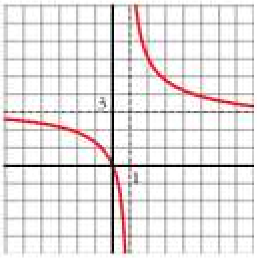
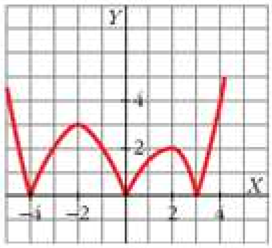
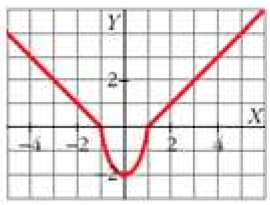
IES MIGUEL HERNANDEZ BIGASTRO

1.- Calcula la TVM de las siguientes funciones en los intervalos $[1,2]$, $[1,3]$ $y$ $[-2,-1]$:

a) $f(x)=2x+5$ b) $f(x)=x^2-3$ c) $f(x)=\dfrac{3}{x}$ d) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+3}$

2.- ¿Qué puedes decir de la monotonía de las funciones anteriores en dichos intervalos?

3.- Calcula la $TVM[2,4]$, $TVM\,[0,2]$ $y$ $TVM\,[-2,0]$ de las siguientes funciones:

4.- Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x^4+senx\cdot\cos x$ b) $f(x)=\dfrac{3x^2-7x}{3x^4}$ c) $f(x)=\dfrac{senx}{tgx}$

d) $f(x)=\sqrt{x}\cdot(4x^{10}-x)$ e) $f(x)=\dfrac{x^2}{4x^3-\sqrt{x}}$ f) $f(x)=\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$

g) $\sqrt{4x^2+3x+100}$ h) $\left(x^2-5x+20\right)^{\frac{1}{2}}$ i) $sen^{-2}x$

j) $\sqrt[3]{\cos x}$ k) $(tgx)^{\frac{2}{3}}$ l) $\sqrt{\ln(tgx)}$

m) $\ln\left(\sqrt{tg(2x)}\right)$ n) $\ln(\sqrt{4x})\cdot sen(2x+3)$ ñ) $\ln(e^x)$

o) $\dfrac{\cos^2 x+3x^2-1}{3x^2-5}$ p) $\sqrt{\dfrac{2x+1}{x-3}}\cdot\cos\left(\sqrt{x}\right)$ q) $\sqrt[5]{tg(x^2)}$

r) $e^{sen\left(x^2\right)}\cdot\dfrac{1+x^2}{3-2x}$ s) $\cos^2 x\cdot\ln\left(senx\right)$ t) $(tgx)^{-1}\cdot\sqrt{e^x}$

u) $\dfrac{e^{4x+1}-5x^2+7}{3x^2-1}$ v) $\ln(sen\sqrt{x})\cdot e^{5x}$ w) $\dfrac{\cos(e^{\sqrt{x}})}{\ln(2^x)}$

x) $\left[sen\left(\sqrt{5x^2-8}\right)\right]^3\cdot\ln(3x-2)$ y) $\dfrac{sen(6x^5+3x^2-1)}{\sqrt{1-x^2}}$ z) $\dfrac{senx\cdot\cos(\sqrt{x})}{2^x}$

5.- Estudia el dominio y la monotonía de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^3-9x^2+24x-3$ b) $f(x)=x^3-\frac{21}{2}x^2+30x+12$

c) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ d) $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$ e) $f(x)=\dfrac{2x^2-3x}{-x+2}$

f) $f(x)=\dfrac{3x+4}{x-5}$ g) $f(x)=\dfrac{8-3x}{x(x-2)}$ h) $f(x)=e^x\cdot(x^2-3x+1)$

i) $f(x)=e^x\cdot(2x+3)$ j) $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-2)^2}$ k) $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{e^x}$

l) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ m) $f(x)=x^2\cdot\ln x$ n) $f(x)=e^x-x$

6- Representa las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^3-6x^2+9x+5$ b) $f(x)=x^4-4x^3-2x^2+12x$ c) $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$

d) $f(x)=x^4-8x^2+7$ d) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ e) $f(x)=\dfrac{4-2x^2}{x}$ f) $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

g) $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x}$ h) $f(x)=\dfrac{x^2}{3x+3}$ i) $f(x)=\dfrac{x^3}{3x+3}$ j) $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2}{x^2-1}$

k) $f(x)=\dfrac{4+2x^2-x^3}{x^2}$ l) $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ m) $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ n) $y=\dfrac{x^3+2x^2+4x}{x^2-1}$

ñ) $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$ $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$

7.- Estudia la derivabilidad de la función $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{x-2} & si\ \ x<0\\ 2x^2-x-2 & si\ \ 0\le x<3\\ 2x-3 & si\ \ x\ge 3\end{cases}$

8.- Calcula a, b y c para que sea derivable la función $f(x)=\begin{cases}a\cdot e^{2x} & si\ \ x<0\\ 1+bx & si\ \ 0\le x\le 1\\ 2x+4c & si\ \ x>1\end{cases}$.

9.- El beneficio por la venta de $x$ unidades es: $f(x)=\begin{cases}-0'1x^2+3x+2 & si\ \ 10\le x\le 20\\ 14+0'4x & si\ \ 20\le x\le 30\\ 32-0'2x & si\ \ 30\le x\le 40\end{cases}$

Representa la gráfica de $f(x)$ y calcula para qué ventas se maximiza el beneficio.

10.- Representa una función $y = f(x)$ de la que sabemos:
a) Es continua
b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$.
c) Tiene tangente horizontal en los puntos P(-2,3) y Q(3,5)
¿Son máximos o mínimos los puntos de tangente horizontal?

11.- Representa una función $y = f(x)$ de la que sabemos:
a) Es continua
b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.
c) Los puntos P(-1,0) y Q(2,1) son los únicos puntos con tangente horizontal
¿Son máximos o mínimos los puntos de tangente horizontal?

12.- Considera la función $f(x) = ax^2 + bx + 11$, donde a y b son parámetros reales. Determina el valor de a y b para que $f(x)$ tenga un extremo (máximo o mínimo) relativo en el punto (2,5). ¿Es máximo o mínimo?

13.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx^2 + \frac{c}{x}$ presente un mínimo en (1,4) y pasa por el punto (-1,0)

14.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx + \frac{c}{x}$ presente un mínimo en (2,6) y pase por el punto (1,7).

15.- ¿Cuánto debe valer $a$ para que la función $f(x) = x \cdot \ln x - ax$ tenga, en el punto de abscisa $x = e$, la recta tangente paralela a $y = x$.

16.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 4$, que son paralelas a la recta de ecuación $6x - 2y + 1 = 0$.

17.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \sqrt{2x+1}$, que son paralelas a la recta de ecuación $3x - 9y + 1 = 0$.

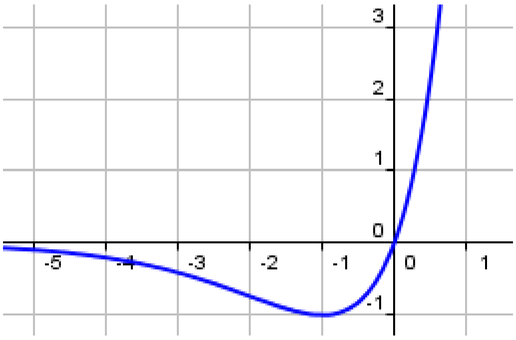
18.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \ln x + \frac{1}{x}$, que sean horizontales.

19.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = senx$, que sean paralelas a la bisectriz del primer cuadrante $(y = x)$.

20.- Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x + \sqrt{x}$ en la abscisa $x = 4$.

21.- Si $f'(1) = 0$, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) La función $f(x)$ tiene un extremo relativo en $x = 1$.
b) $f(1) = 0$
c) La recta tangente en $x = 1$ tienen pendiente 0.

22.- Observa la gráfica de la función $y = f(x)$ y responde:
a) ¿Tiene algún punto de tangente horizontal?
b) ¿Para que valores se cumple que $f'(x) > 0$?
c) Sabemos que la tangente a la curva en $x = 0$ es paralela a la recta $y = 2x - 1$. ¿Cuánto vale $f'(0)$?
d) La tangente a la curva en $x = -1/2$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante, ¿Cuánto vale $f'(-1/2)$?




23.- El precio por minuto de una llamada de teléfono viene dado por la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{1 + x^2}$, donde $x$ es la duración de la llamada (en minutos). Se pide:
a) Representa la función anterior.
b) ¿Para que duración de llamada nos sale el minuto más barato?
c) ¿Cuál es el precio por minuto a medida que la llamada es más y más duradera?
d) Calcula la función "Coste total de la llamada" en función de la duración de la misma.

24.- La función $f(x) = \dfrac{2x^2 - 8x - 4}{4 + x^2}$ indica los beneficios de una gran empresa, en millones de euros, en función de los años desde que se inauguró dicha empresa $(x)$.
a) Representa la función $f(x)$.
b) ¿Al cabo de cuánto tiempo la función tiene máximos beneficios?
c) ¿A partir de que año la empresa comienza a tener beneficios reales?
d) ¿Cuál será el beneficio de la empresa a medida que transcurren los años?

25.- La concentración en sangre de un fármaco después de su toma es $C(t) = -2t^3 + 3t^2 + 12t$ mg/litro (si $C(t) \geq 0$), donde t son los minutos transcurridos.
a) Calcula el periodo de tiempo durante el cual el fármaco actúa.
b) Determina en qué instante la concentración del fármaco es máxima.

26.- La siguiente curva muestra la altura sobre el río Támesis a la que se encuentra un cesto de la noria "Golden eye" de Londres, en función del tiempo transcurrido (min).
a) ¿Dónde presenta máximos y mínimos?
b) ¿Cuál es el radio de dicha noria?
c) ¿Para que valores de $x$, $f'(x) > 0$?
d) ¿A qué altura nos encontramos a los 22 minutos?