

1.- Factoriza los siguientes polinomios:

- a)  $x^4 - 21x^2 + 20x$       b)  $-2x^5 + 2x^4 + 18x^3 - 18x^2$       c)  $-x^4 + 25x^2$   
d)  $3x^3 - x^2 - 7x + 5$       e)  $-3x^3 + 18x^2 - 33x + 18$       f)  $2x^4 - 16x$   
g)  $2x^6 + 2x^5 + x^4 + 5x^3 - 10x^2$       h)  $3x^6 + 3x^5 - 15x^4 - 15x^3 + 12x^2 + 12x$   
i)  $x^6 - x^5 - x^4 - x^3 - 2x^2$       j)  $yx^3 + 6yx^2 + 9yx$       k)  $(4x^2 - 1) \cdot (x^2 + x + 1) \cdot (5x^2 - 10)$

2.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

- a)  $\frac{2x^2 - 8}{x^3 - 2x^2}$       b)  $\frac{2x^5 - 2x^2}{4x^5 + 8x^4 - 4x^2 - 8x}$       c)  $\frac{2x^5 - 14x^3 - 12x^2}{2x^5 - 12x^4 + 18x^3}$   
d)  $\frac{2x - 6}{x^5 - 16x} : \frac{x - 3}{2x - 4}$       e)  $\frac{2x^6 + 2x^4 - 20x^3}{2x^4 - 4x^2 - 32x - 30}$       f)  $\frac{2x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x - 10}{2x^6 + 3x^4 - 5x^2}$

3.- Escribe en cada caso un polinomio con las condiciones que se exigen:

- a) De grado 3 con raíces 2,-1 y 3 y coeficiente principal el número 2.  
b) De grado 4 con sólo dos raíces 0 y 1.  
c) De grado 3 con raíces 2,-1 y 1 y su valor numérico cuando  $x = -2$  es 24.  
d) De grado 3 con raíces 1 y 4 y con  $P(-1)=30$ .

4.- Comprueba, sin dividir, si:

- a)  $x^8 - 1$  es divisible por  $x - 1$ .      b)  $x^3 + 27$  es divisible por  $x + 3$ .  
b)  $x^2 - 36$  es divisible por  $x - 6$ .      d)  $x^2 - 3x - 4$  es múltiplo de  $x - 4$ .

5.- Se considera el polinomio  $2x^3 - x^2 + mx + 1$ . ¿Cuánto debe valer m para que sea divisible por  $x - 3$ ? ¿y entre  $x + 2$ ?

6.- Calcula el valor de m sabiendo que el resto de la división de  $x^3 - mx^2 + 2x - 1$  entre  $x + 3$  es igual a 7.

7.- Al dividir el polinomio  $x^2 + bx + c$  por  $x - 3$  se obtiene de resto 2. ¿Cuánto vale b y c si este polinomio es además divisible por  $x - 2$ ?

8.- ¿Es posible hallar el valor de a y b para que el polinomio  $ax^2 + bx + 1$  dé resto 1 al dividirlo entre  $x - 2$  y dé exacta la división al dividirlo entre  $x - 1$ ?

9.- ¿Tiene solución una ecuación de segundo grado con todos los coeficientes iguales?

10.- En la ecuación  $x^2 - bx - 4 = 0$  desconocemos b pero sabemos que una raíz es  $1 + \sqrt{10}$ . Calcula el valor de b y la otra raíz.

11.- Las dos raíces de la ecuación  $2x^2 + bx - 18 = 0$  son opuestas: a y -a. Calcula el valor de b.

12.- Averigua para qué valores de m existen soluciones de la ecuación  $x^2 + 2x + m = 0$ .

13.- Averigua el valor de m para que se cumpla:

a) Las raíces del polinomio  $x^2 - 8x + m = 0$  se diferencian en 10 unidades.

b)  $2/5$  es una solución de la ecuación  $4x^2 - mx + 5 = 0$ .

c) Las raíces del polinomio  $x^2 - 12x + m = 0$  son una el doble de la otra.

14.- Halla k de modo que las dos raíces de la ecuación  $x^2 - kx + 9 = 0$  sean iguales.

15.- Realiza la operación y simplifica el resultado:

a)  $\frac{1}{x^2-1} - \frac{x-2}{x^3+1}$       b)  $\left(\frac{3}{2x} - \frac{x}{x^2-3x}\right) : \frac{2x-18}{x^3}$       c)  $\frac{x+1}{x} - \frac{3x^2+1}{x^2+x} + \frac{2x-2}{x+1}$

d)  $\frac{2x}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{4x^2-4x}$       e)  $\frac{x + \frac{1}{x-2}}{1 + \frac{3}{x^2-4}}$       f)  $\frac{2x-3y}{x-y} + \frac{4x+y}{x+y} - \frac{3x^2-xy-4y^2}{x^2-y^2}$

g)  $\frac{1}{x-1} - \frac{x^3+x+1}{x^5-1}$       h)  $\left(1 - \frac{a-x/y}{b-x/y}\right) : \left(1 - \frac{b+x/y}{a+x/y}\right)$       i)  $\frac{-14x^2}{x^3-16x} - \frac{x+3}{x-4} - \frac{x-3}{x+4}$

j)  $\frac{1 + \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} - 1} : \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{x+y}{x} - \frac{x+y}{y}}$       k)  $\frac{2b^2+2ab}{(a^2-b^2)^2} + \frac{1}{a^2-b^2} - \frac{1}{(a-b)^2}$

**Sol.** a)  $\frac{2x-1}{x^4-x^3+x-1}$     b)  $\frac{x^2}{4x-12}$     c) 0    d)  $\frac{1}{2(x-1)^2}$     e)  $\frac{(x+2)(x-1)}{x+1}$     f)  $\frac{3x}{x+y}$

g)  $\frac{x^4+x^2}{x^5-1}$     h)  $\frac{x+ay}{x-by}$     i) 0    j)  $\frac{x(x-y)}{y}$     k) 0