

1.- Factoriza los siguientes polinomios:

- a) $x^4 - 21x^2 + 20x$ b) $-2x^5 + 2x^4 + 18x^3 - 18x^2$ c) $-x^4 + 25x^2$
d) $3x^3 - x^2 - 7x + 5$ e) $-3x^3 + 18x^2 - 33x + 18$ f) $2x^4 - 16x$
g) $2x^6 + 2x^5 + x^4 + 5x^3 - 10x^2$ h) $3x^6 + 3x^5 - 15x^4 - 15x^3 + 12x^2 + 12x$
i) $x^6 - x^5 - x^4 - x^3 - 2x^2$ j) $yx^3 + 6yx^2 + 9yx$ k) $(4x^2 - 1) \cdot (x^2 + x + 1) \cdot (5x^2 - 10)$

2.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

- a) $\frac{2x^2 - 8}{x^3 - 2x^2}$ b) $\frac{2x^5 - 2x^2}{4x^5 + 8x^4 - 4x^2 - 8x}$ c) $\frac{2x^5 - 14x^3 - 12x^2}{2x^5 - 12x^4 + 18x^3}$
d) $\frac{2x - 6}{x^5 - 16x} : \frac{x - 3}{2x - 4}$ e) $\frac{2x^6 + 2x^4 - 20x^3}{2x^4 - 4x^2 - 32x - 30}$ f) $\frac{2x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x - 10}{2x^6 + 3x^4 - 5x^2}$

3.- Escribe en cada caso un polinomio con las condiciones que se exigen:

- a) De grado 3 con raíces 2,-1 y 3 y coeficiente principal el número 2.
b) De grado 4 con sólo dos raíces 0 y 1.
c) De grado 3 con raíces 2,-1 y 1 y su valor numérico cuando $x = -2$ es 24.
d) De grado 3 con raíces 1 y 4 y con $P(-1)=30$.

4.- Comprueba, sin dividir, si:

- a) $x^8 - 1$ es divisible por $x - 1$. b) $x^3 + 27$ es divisible por $x + 3$.
b) $x^2 - 36$ es divisible por $x - 6$. d) $x^2 - 3x - 4$ es múltiplo de $x - 4$.

5.- Se considera el polinomio $2x^3 - x^2 + mx + 1$. ¿Cuánto debe valer m para que sea divisible por $x - 3$? ¿y entre $x + 2$?

6.- Calcula el valor de m sabiendo que el resto de la división de $x^3 - mx^2 + 2x - 1$ entre $x + 3$ es igual a 7.

7.- Al dividir el polinomio $x^2 + bx + c$ por $x - 3$ se obtiene de resto 2. ¿Cuánto vale b y c si este polinomio es además divisible por $x - 2$?

8.- ¿Es posible hallar el valor de a y b para que el polinomio $ax^2 + bx + 1$ dé resto 1 al dividirlo entre $x - 2$ y dé exacta la división al dividirlo entre $x - 1$?

9.- ¿Tiene solución una ecuación de segundo grado con todos los coeficientes iguales?

10.- En la ecuación $x^2 - bx - 4 = 0$ desconocemos b pero sabemos que una raíz es $1 + \sqrt{10}$. Calcula el valor de b y la otra raíz.

11.- Las dos raíces de la ecuación $2x^2 + bx - 18 = 0$ son opuestas: a y -a. Calcula el valor de b.

12.- Averigua para qué valores de m existen soluciones de la ecuación $x^2 + 2x + m = 0$.

13.- Averigua el valor de m para que se cumpla:

a) Las raíces del polinomio $x^2 - 8x + m = 0$ se diferencian en 10 unidades.

b) $2/5$ es una solución de la ecuación $4x^2 - mx + 5 = 0$.

c) Las raíces del polinomio $x^2 - 12x + m = 0$ son una el doble de la otra.

14.- Halla k de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - kx + 9 = 0$ sean iguales.

15.- Realiza la operación y simplifica el resultado:

a) $\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{x - 2}{x^3 + 1}$

b) $\left(\frac{3}{2x} - \frac{x}{x^2 - 3x}\right) : \frac{2x - 18}{x^3}$

c) $\frac{x + 1}{x} - \frac{3x^2 + 1}{x^2 + x} + \frac{2x - 2}{x + 1}$

d) $\frac{2x}{x^2 - 1} \cdot \frac{x + 1}{4x^2 - 4x}$

e) $\frac{x + \frac{1}{x - 2}}{1 + \frac{3}{x^2 - 4}}$

f) $\frac{2x - 3y}{x - y} + \frac{4x + y}{x + y} - \frac{3x^2 - xy - 4y^2}{x^2 - y^2}$

g) $\frac{1}{x - 1} - \frac{x^3 + x + 1}{x^5 - 1}$

h) $\left(1 - \frac{a - x/y}{b - x/y}\right) : \left(1 - \frac{b + x/y}{a + x/y}\right)$

i) $\frac{-14x^2}{x^3 - 16x} - \frac{x + 3}{x - 4} - \frac{x - 3}{x + 4}$

j) $\frac{1 + \frac{x - y}{x + y}}{\frac{x + y}{x - y} - 1} : \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{x + y}{x} - \frac{x + y}{y}}$

k) $\frac{2b^2 + 2ab}{(a^2 - b^2)^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} - \frac{1}{(a - b)^2}$

Sol. a) $\frac{2x - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$ **b)** $\frac{x^2}{4x - 12}$ **c)** 0 **d)** $\frac{1}{2(x - 1)^2}$ **e)** $\frac{(x + 2)(x - 1)}{x + 1}$ **f)** $\frac{3x}{x + y}$

g) $\frac{x^4 + x^2}{x^5 - 1}$ **h)** $\frac{x + ay}{x - by}$ **i)** 0 **j)** $\frac{x(x - y)}{y}$ **k)** 0